

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL PEMBUKTIAN PADA MATAKULIAH STRUKTUR ALJABAR

Suci Yuniati¹

Abstract: This study was based on the lack of ability of students to solve problems of proving. Students' low ability can be seen from the works of students in solving problems of algebra structures. They are still experiencing difficulties in linking known information to what will be proven in the matter, although in the meetings, exercises are always raised about the proving. Maybe the problem was caused by students' difficulty in linking the concepts so they found it difficult to determine the steps to be taken in a matter of proving. Besides the difficulty in linking the existing concepts, there were other mistakes made that caused low outcomes. The writer as the subject lecturer analyzed mistakes in the algebraic structure committed: what were students mistakes in solving problems of proving and what factors cause the student made the mistakes about groups?. This study used descriptive qualitative research method. Data collection methods were test and interview. The data obtained described what would be analyzed. The research subjects in this study were students of semester VI Mathematics Education Department of the State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau (UIN Suska Riau) Academic Year 2011/2012. There was only one class who took the course in algebraic structures, that was class VI C, amount 50 students. From the mistakes writer identified: 1) mistakes in receiving the information, 2) mistakes associated with the concept of, 3) mistakes in calculating and 4) mistakes associated with the material prerequisites. It appeared that a lot of mistakes made, the writer got a picture of the students' performance and hence the writer should improve the learning process to lessen the mistakes occurred.

Keywords: *Mistakes; Group; The Proving Exercises*

¹ Universitas Islam Negeri Suska Riau, Indonesia, suciyuniati_mlg@yahoo.co.id

A. PENDAHULUAN

Mata kuliah struktur aljabar merupakan salah satu mata kuliah yang diberikan pada program strata-1 (S1) Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Suska Riau. Pemberian mata kuliah tersebut dimaksudkan agar mahasiswa memahami beberapa struktur dalam aljabar, dan dapat menerapkannya untuk menyelesaikan masalah yang sederhana dalam aljabar, serta mampu berpikir logis dan bernalar secara matematika dalam menyelesaikan suatu masalah. Dengan demikian, mata kuliah struktur aljabar sangat penting untuk dikuasai mahasiswa dalam rangka meningkatkan daya nalar yang deduktif, logis dan sistematis.²

Mata kuliah struktur aljabar sebagai bagian dari aljabar modern merupakan mata kuliah dengan struktur deduktif aksiomatis yang ketat. Untuk itu, struktur aljabar syarat dengan definisi dan teorema sehingga mahasiswa dalam mempelajarinya dituntut kemampuan untuk membuktikan teorema, dan dapat memanfaatkan definisi dan teorema-teorema yang ada dalam menyelesaikan soal-soal yang pada umumnya berbentuk pembuktian. Suharti³ menegaskan bahwa pada mata kuliah struktur aljabar tidak ada perhitungan, sebab yang dipelajari konsep abstrak, fakta serta prinsip, yang saling berkaitan. Oleh karena itu keterampilan perhitungan tidak begitu diperlukan melainkan mata kuliah ini lebih menekankan cara berpikir logis untuk memecahkan masalah. Sebagai contoh, buku-buku struktur aljabar yang pada umumnya soal-soal yang diberikan merupakan soal pembuktian. Oleh karena itu mahasiswa secara tidak langsung dituntut untuk bisa dalam menyelesaikan soal pembuktian.

Menurut Polya⁴ masalah dalam matematika dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu masalah untuk menemukan (*problem to find*) dan masalah untuk membuktikan (*problem to prove*). Polya menegaskan

² Suradi, *Pemanfaatan Peta Konsep Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Pada Teori Grup*. Makasar. Jurnal. 2002. hlm.1

³ Suharti, *Struktur Aljabar*. Jakarta. UT. 1999. hlm.3

⁴ Polya, George. *Mathematical Discovery*. John Wiley & Son: New York. 1981. hlm.119

bahwa tujuan pembuktian adalah untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu adalah benar atau salah, tidak kedua-duanya. Kita harus menjawab pertanyaan “apakah itu benar atau salah?” (tentu dalam lingkup logika dikotomis). Proses dalam pembuktian matematika dapat menggunakan definisi, teorema atau pernyataan yang telah dibuktikan sebelumnya. Oleh karena itu dalam memantapkan keyakinan akan bukti yang telah diperoleh, setiap langkah yang digunakan dalam pembuktian harus selalu dipertanyakan “mengapa” dan “apa alasannya” langkah tersebut dilakukan. Demikian juga dalam membuktikan soal pada teori grup, setiap langkah yang ditempuh senantiasa harus dipertanyakan keabsahannya. Untuk itu, penguasaan konsep merupakan syarat utama dalam menyelesaikan soal pembuktian.

Berdasarkan pengalaman penulis dalam mengajarkan mata kuliah struktur aljabar di Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Suska Riau, nampak bahwa kemampuan mahasiswa dalam pembuktian masih kurang menggembarakan. Hal ini dapat kita lihat dari pekerjaan mahasiswa dalam menyelesaikan soal struktur aljabar. Mereka masih mengalami kesulitan dalam mengkaitkan informasi yang diketahui dan yang akan dibuktikan dalam soal. Walaupun dalam proses perkuliahan setiap latihan selalu dimunculkan soal pembuktian. Mungkin, mahasiswa kesulitan mengkaitkan konsep-konsep yang begitu banyak terhadap permasalahan yang dihadapinya, sehingga mengalami kesulitan menentukan langkah yang akan ditempuh dalam membuktikan soal tersebut.

Selain kesulitan mengaitkan konsep yang ada, tidak tertutup kemungkinan masih terdapat kesalahan-kesalahan lain yang dilakukan oleh mahasiswa yang menyebabkan rendahnya hasil belajar matematika. Tentunya dosen telah menganalisis kesalahan-kesalahan mahasiswa. Akan tetapi, dosen belum dapat melakukannya secara mendetail mengingat banyaknya mahasiswa dan kelas yang dipegang. Analisis kesalahan secara mendetail dibutuhkan agar kesalahan-kesalahan mahasiswa dan faktor-faktor penyebabnya dapat diketahui lebih jauh untuk membantu mengatasi permasalahan tersebut.

Berdasarkan latar belakang tersebut di atas, penulis berusaha untuk mengidentifikasi kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang dasar-dasar grup dan

mencari faktor-faktor yang mempengaruhinya. Dengan demikian, kesalahan-kesalahan yang serupa dapat diminimalisir oleh penulis selaku pengajar sehingga hasil belajar pada mata kuliah struktur aljabar dapat ditingkatkan. Sehingga rumusan masalah yang diambil dalam penelitian ini adalah: 1) kesalahan-kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian tentang dasar-dasar grup mata kuliah struktur aljabar? dan faktor apa saja yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan tentang dasar-dasar grup mata kuliah struktur aljabar?. Sementara itu tujuan penelitian ini adalah: 1) untuk mengetahui kesalahan-kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian tentang dasar-dasar grup mata kuliah struktur aljabar, dan 2) untuk mengetahui faktor apa saja yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan tentang dasar-dasar grup mata kuliah struktur aljabar. Adapun manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah: 1) sebagai dasar untuk dapat memberikan alternatif solusi/penyelesaian untuk mengatasi kesalahan-kesalahan tersebut, 2) sebagai bahan pertimbangan bagi dosen dalam proses pembelajaran tentang dasar-dasar grup sehingga kesalahan yang sejenis dapat diminimalisir, dan 3) sebagai bahan pertimbangan dan masukan bagi penelitian lain yang sejenis.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif. Penelitian kualitatif adalah suatu penelitian dengan data yang dianalisis berupa data kualitatif. Penelitian kualitatif bermaksud untuk memahami fenomena tentang apa yang dialami oleh subyek penelitian misalnya perilaku, persepsi, tindakan, dan lain-lain. Beberapa karakteristik penelitian kualitatif adalah sampelnya bisa hanya sedikit, waktunya relatif lama, data tidak dipilih secara acak, dan tidak bisa digeneralisasikan. Dalam penelitian ini, tidak ada hipotesis. Data yang dihasilkan adalah data deskriptif yang berupa kata-kata tertulis atau lisan. Strategi penelitian yang digunakan adalah metode deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif adalah penelitian yang memberikan gambaran dari suatu gejala yang ada dan menjawab pertanyaan-pertanyaan yang ada yang berhubungan dengan status (keadaan) subyek penelitian pada saat tertentu. Pengambilan data

menggunakan metode tes dan wawancara. Data yang diperoleh akan didiskripsikan atau diuraikan kembali kemudian akan dianalisis.

Dalam penelitian ini penulis ingin mengungkapkan fakta kesalahan yang dilakukan mahasiswa semester VI Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau (UIN Suska Riau) Tahun Akademik 2011/2012 dalam menyelesaikan soal pembuktian pada materi dasar-dasar grup dan faktor-faktor apa saja yang menyebabkan mahasiswa melakukan kesalahan tentang dasar-dasar grup. Sehingga yang menjadi subyek penelitian adalah mahasiswa semester VI Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau (UIN Suska Riau) Tahun Akademik 2011/2012. Pada Tahun Akademik 2011/2012 hanya ada satu kelas yaitu semester VI C yang menempuh mata kuliah struktur aljabar dan di khususkan bagi mahasiswa yang mengulang, jadi subyek penelitian yang diambil adalah semua mahasiswa semester VI C yang berjumlah 50 mahasiswa.

Prosedur penelitian merupakan serangkaian langkah-langkah secara urut dari awal hingga akhir yang dilakukan dalam penelitian. Prosedur yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Pembuatan proposal penelitian
2. Pembuatan instrumen tes
3. Pelaksanaan Penelitian

- a. Tes Tertulis

Memberikan tes tertulis setelah materi tentang dasar-dasar grup selesai diajarkan. Soal tes yang diberikan berbentuk tes uraian.

- b. Wawancara

- 1) Menentukan subyek wawancara

Penentuan ini dilakukan dengan mengambil beberapa mahasiswa dengan beberapa pertimbangan di antaranya, mahasiswa tersebut melakukan lebih banyak kesalahan daripada mahasiswa yang lain, kesalahan yang dilakukan bervariasi dan menarik untuk diteliti.

- 2) Pelaksanaan wawancara

Materi wawancara tersebut adalah untuk memperoleh informasi tentang kesalahan apa saja yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang dasar-dasar grup, juga faktor-faktor apa saja yang menjadi penyebabnya.

4. Analisis Data

Analisis data meliputi 3 kegiatan:

a. Reduksi data

Reduksi data adalah pemilihan dan penyederhanaan data. Kegiatan ini dilakukan untuk menghindari penumpukan data.

b. Penyajian data

Data yang disajikan berupa jenis-jenis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang dasar-dasar grup beserta faktor-faktor penyebabnya.

c. Verifikasi (pengecekan) data dan penarikan kesimpulan

Verifikasi data dan penarikan kesimpulan dilakukan selama kegiatan analisis berlangsung sehingga diperoleh suatu kesimpulan final (penyusunan laporan penelitian).

C. TEMUAN DAN PEMBAHASAN

Setelah materi dasar-dasar grup selesai diajarkan kemudian subyek penelitian diberikan tiga soal yang sebelumnya telah dilakukan uji validasi ahli. Ketiga soal tersebut adalah:

1. Misalkan $G = \{x \mid x = a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{R} \text{ dan } a \neq 0\}$ dengan operasi perkalian pada bilangan (G, x) . Buktikan bahwa (G, x) merupakan grup!
2. Buktikan bahwa Jika $a \in G$ dan $a * a = a$ maka $a = i$
3. Tentukan subgrup yang dibangun oleh unsur-unsur dari grup $(\mathbb{Z}_5 - \{0\}, x)$ dan tentukan orde dari masing-masing subgrupnya!

Dari hasil analisis data yang meliputi reduksi data, penyajian data, dan verifikasi atau pengecekan data diperoleh jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal pada materi dasar-dasar grup serta faktor penyebabnya adalah sebagai berikut.

1. Kesalahan dalam menerima informasi

a. Kesalahan dalam menuliskan apa yang diketahui

Dari hasil analisis jawaban tes, mahasiswa salah dalam menuliskan apa yang diketahui, hal ini disebabkan karena mahasiswa tidak teliti dalam membaca soal dan tidak memahami maksud dari soal.

b. Kesalahan dalam menentukan apa yang ditanyakan

Dari hasil analisis jawaban tes, mahasiswa tidak menuliskan apa yang ditanyakan. Misalnya pada subyek nomor 10, 16, 33, dan 43 pada soal nomor 1 dan soal nomor 3. Hal ini

disebabkan karena mahasiswa tidak teliti dalam membaca soal dan tidak mengetahui apa yang harus dibuktikan.

2. Kesalahan yang berhubungan dengan konsep

a. Kesalahan dalam Membuktikan Grup (Definisi Grup)

Dari hasil analisis jawaban tes, mahasiswa tidak membuktikan sifat asosiatif, menentukan unsur identitas dan unsur invers, misalnya pada subyek nomor 5, 10,16, dan 33 pada soal nomor 1. Hal ini disebabkan mahasiswa tidak bisa memahami maksud soal dan tidak memahami konsep-konsep dalam membuktikan sifat asosiatif dan menentukan unsur identitas dan unsur invers. Mahasiswa juga tidak paham dengan himpunan G yang diketahui sehingga mahasiswa mendapatkan jalan buntu untuk membuktikan, walaupun mereka memahami konsep dari grup.

b. Kesalahan dalam Membutikan Sifat-Sifat Grup

Dari hasil analisis jawaban tes, mahasiswa salah dalam memahami maksud soal dan konsep dari operasi biner, misalnya pada subyek nomor 5, 10,16, 33, dan 43. Hal ini disebabkan mahasiswa tidak bisa memahami soal dan maksud dari operasi biner $a * a = a$. Dalam hal ini mahasiswa menganggap bahwa operasi biner pada soal nomor 2 menggunakan operasi perkalian. Padahal soal nomor 2 bisa dibuktikan dengan menggunakan sifat grup yaitu sama-sama dioperasikan dengan balikan atau invers dari a .

c. Kesalahan dalam Memahami Definisi Subgrup dan Orde

Dari hasil analisis jawaban tes, mahasiswa salah dalam mencari subgrup dan menentukan orde, misalnya pada subyek nomor 5, 10,16, 33, dan 43. Dan ada beberapa subyek yang tidak paham dengan himpunannya yaitu salah dalam menentukan anggota himpunan $Z_5 - \{0\}$. Hal ini disebabkan mahasiswa tidak memahami konsep himpunan, subgrup, dan orde.

3. Kesalahan dalam Menghitung

Dari hasil analisis jawaban tes, ada mahasiswa yang melakukan kesalahan hitung, misalkan pada subyek nomor 5,16 dan 33 pada soal nomor 3. Kesalahan ini disebabkan karena mahasiswa tidak teliti atau tidak memahami dalam perhitungan bilangan bermodulo.

4. Kesalahan yang Berhubungan dengan Materi Prasyarat

Dari hasil analisis jawaban tes, ada mahasiswa yang melakukan kesalahan dalam menentukan anggota himpunan, misalkan pada subyek nomor 5 dan 16 pada soal nomor 3. Kesalahan ini disebabkan karena mahasiswa tidak memahami maksud dari simbol himpunan.

D. SIMPULAN

Berdasarkan kajian teori yang didukung oleh hasil penelitian serta mengacu pada tujuan penelitian maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Kesalahan-kesalahan yang Dilakukan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal-soal tentang Dasar-dasar Grup adalah:

- a. Kesalahan dalam menerima informasi
 1. Kesalahan dalam menuliskan apa yang diketahui
 2. Kesalahan dalam menentukan apa yang ditanyakan
- b. Kesalahan yang berhubungan dengan konsep
 1. Kesalahan dalam membuktikan grup (Definisi Grup)
 2. Kesalahan dalam membutuhkan sifat-sifat grup
 3. Kesalahan dalam memahami definisi subgrup dan orde
- c. Kesalahan dalam menghitung
- d. Kesalahan yang berhubungan dengan materi prasyarat
 1. Kesalahan dalam menentukan anggota himpunan

2. Penyebab terjadinya Kesalahan yang Dilakukan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal-soal tentang Dasar-dasar Grup adalah:

- a. Kesalahan dalam menerima informasi
 1. Kesalahan dalam menuliskan apa yang diketahui
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah:
 - a. Mahasiswa tidak teliti dalam membaca soal
 - b. Mahasiswa tidak mamahami maksud dari soal
 2. Kesalahan dalam menentukan apa yang ditanyakan
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah:
 - a. Mahasiswa tidak teliti dalam membaca soal
 - b. Mahasiswa tidak mengetahui apa yang harus dibuktikan
- b. Kesalahan yang berhubungan dengan konsep
 1. Kesalahan dalam membuktikan grup (Definisi Grup)
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah:
 - a. Mahasiswa tidak bisa memahami maksud soal

- b. Mahasiswa tidak memahami konsep-konsep dalam membuktikan sifat asosiatif dan menentukan unsur identitas dan unsur invers
 - c. Mahasiswa tidak paham dengan himpunan G yang diketahui sehingga mahasiswa mendapatkan jalan buntu untuk membuktikan, walaupun mereka memahami konsep dari grup.
2. Kesalahan dalam membuktikan sifat-sifat grup
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah:
- a. Mahasiswa tidak bisa memahami soal
 - b. Mahasiswa tidak bisa memahami maksud dari operasi biner $a * a = a$. Dalam hal ini mahasiswa menganggap bahwa operasi biner pada soal nomor 2 menggunakan operasi perkalian.
3. Kesalahan dalam memahami definisi subgrup dan orde
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah: mahasiswa tidak memahami konsep himpunan, subgrup, dan orde.
- c. Kesalahan dalam menghitung
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah: mahasiswa tidak teliti atau tidak memahami dalam perhitungan bilangan bermodulo.
- d. Kesalahan yang berhubungan dengan materi prasyarat
Penyebab terjadinya kesalahan ini adalah: mahasiswa tidak memahami maksud dari simbol himpunan.

Dari kesimpulan di atas, terlihat banyak sekali kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa maka penulis selaku pengajar di lokal IVC mendapat gambaran tentang kondisi mahasiswa dan penulis harus memperbaiki proses pembelajaran yang selama ini diterapkan guna mengurangi kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan soal kedepannya. Adapun yang menjadi saran dalam penelitian ini adalah: bagi peneliti lanjutan dapat menerapkan dalam materi berikutnya atau dalam mata kuliah yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Anis. (2009). *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal pada Materi Luas Permukaan serta Volume Prisma dan Limas pada Siswa Kelas VIII Semester Genap SMP Negeri 2 Karanganyar Tahun Ajaran 2008/2009*. Skripsi, Surakarta. Diakses pada tanggal 23 Februari

- Arti, Sriati. (1994). *Kesulitan Belajar Matematika pada Siswa SMA (Pengkajian Diagnosa)*. Jurnal Kependidikan Jogjakarta.
- Hudojo. (1988). *Mengajar Belajar Matematika*. Depdikbud: Jakarta
- Polya, George. (1981). *Mathematical Discovery*. John Wiley & Son: New York
- Suharti. (1999). *Struktur Aljabar*. Jakarta. UT
- Suradi. (2002). *Pemanfaatan Peta Konsep dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian pada Teori Grup*. Makasar.
- Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa. (2001). *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka.